Aufgabe A 15 – Kepler'sche Fassregel

Aufgabenschwerpunkt: Exponentialfunktionen

Stichworte: Monotonie; Verschiebung von Kurven; orthogonaler Schnitt; Kepler'sche Fassregel; Bewertung der Näherung

Lösungshinweise und Tipps: Seite 68 **Lösungen:** Seite 158

Gegeben ist für jedes $t > 0$ die Funktion f_t durch

$$f_t(x) = \frac{1}{4t}e^x - 2te^{-x};\ x \in \mathbb{R}$$

Ihr Schaubild ist die Kurve K_t.

a) Berechnen Sie den Schnittpunkt von K_t mit der x-Achse.
Untersuchen Sie f_t auf Monotonie.
Skizzieren Sie die Kurven K_1 und K_3.
Zeigen Sie, dass jede Kurve K_t mit $t \neq 1$ aus der Kurve K_1 durch Verschiebung in x-Richtung um $x_0 = \ln t$ entsteht.

b) Begründen Sie, dass keine Kurve K_t die zweite Winkelhalbierende senkrecht schneiden kann.

c) Die Kurve K_1 schließt mit den Koordinatenachsen und der Geraden $x = \ln 2$ eine Fläche ein. Berechnen Sie einen Näherungswert für ihren Inhalt mit der Keplerschen Fassregel. Bewerten Sie die Güte dieser Näherung.