

Aufgabe 2:

Aufgabe I 3, Analysis

Für jedes $a > 0$ ist die Funktion f_a gegeben durch

$$f_a(x) = \frac{ae^x}{a + e^x}; \quad x \in \mathbb{R}.$$

Ihr Schaubild sei K_a .

- Untersuchen Sie K_a auf gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen, Extrem- und Wendepunkte sowie auf Asymptoten.
Zeichnen Sie K_a .
Auf welcher Kurve liegen die Wendepunkte aller K_a ?
- Zeigen Sie, daß jede Funktion f_a umkehrbar ist.
Bestimmen Sie Definitionsmenge, Wertemenge und Funktionsgleichung der Umkehrfunktion.
- Die Kurve K_a begrenzt im zweiten Feld zusammen mit den Koordinatenachsen eine nach links offene Fläche.
Bestimmen Sie ihren Inhalt.
- Zur Zeit $t = 0$ (t in Stunden) wird Salz in ein Reagenzglas mit destilliertem Wasser geschüttet. Ein Teil dieses Salzes löst sich im Laufe der Zeit in der Flüssigkeit auf. Dabei kann die gelöste Salzmenge $m(t)$ einen bestimmten Wert m_0 , die Sättigungsmenge, nicht überschreiten. Beobachtungen haben gezeigt, daß näherungsweise die Geschwindigkeit, mit der sich $m(t)$ ändert, proportional ist zur Menge des noch löslichen Salzes.
Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von $t \rightarrow m(t)$, wenn der Proportionalitätsfaktor 3 ist.
Welche Art von Wachstum liegt vor?
Wie lange dauert es, bis die gelöste Salzmenge halb so groß wie die Sättigungsmenge ist?
Skizzieren Sie das Schaubild von $t \rightarrow m(t)$.